

利用疊代法重建影像以改善正子電腦斷層造影影像之研究

杜高瑩^{1,4} 陳泰賓² 盧鴻興² 劉仁賢³ 周國樑³ 陳志成¹

¹國立陽明大學放射醫學研究所

²國立交通大學統計研究所

³台北榮民總醫院核子醫學部

⁴馬偕醫院核子醫學科

前言：正子電腦斷層攝影主要應用於功能性定量造影，如葡萄糖代謝研究等。精準的定量造影有賴於較佳的三維影像重建法。傳統利用濾波反投影來重建影像，在核子醫學診斷上佔有重要的地位，但其最大的缺點在於假影以及雜訊的處理效果較差。藉由目前電腦的快速運算能力，本研究嘗試以疊代法來取代傳統的濾波反投影法，進而改善核子醫學的影像品質。

材料與方法：本研究以正子攝影機掃描線射源以及均勻水假體，分別以濾波反投影法與疊代法來重建影像，比較其間的差異，並以兩條線射源以及原始資料來區分random coincidence 事件的特性，藉由實驗的資料來驗證random coincidence rate的公式是否正確。

結果與討論：實驗結果發現濾波反投影法所重建的影像雜訊比利用疊代法重建的影像來的大，其因為疊代法重建的影像較接近實際的結果。Random coincidence count / true coincidence count 之比值約在0.13%~0.19%之間，以理論值估算的結果，約在0.08%~0.27%左右。對於均勻射源部份，計算值約為41.8%~49.1%，理論值約為45%~49%，結果十分接近，可推論其公式為正確無誤。

結論：PET影像是一種計數的統計量，因此利用統計來重建影像是較為準確的方法，尤其在影像定量的研究，更能提供精準的數據。對於一些物理現象的誤差如random coincidence以及散射事件等，其發生的機率仍需後

續的實驗來找出射源間距造成相互干擾的比例關係，進而推算出整個照野各個位置的干擾機率，期望藉此機率的分布作為影像重建時之修正來改善PET的影像品質。

關鍵詞：random coincidence, true coincidence, 疊代演算法。

核子醫誌 1999;12:195-200

核子醫學造影檢查以功能性、代謝性的機能檢查為主，由於具備量化分析的能力，在臨床診斷上具有不可取代的重要性。近年來利用正子斷層造影進行代謝性生理功能的研究，有越來越多的趨勢；例如研究葡萄糖在腦部的作用機轉等，使用精準的定量造影是必然的工具。要得到精準的定量造影，必須仰賴較佳的三維影像重建法。傳統使用的濾波反投影法 (filtered back projection, FBP) 由於影像重建的速度快，因此廣泛被使用在一般臨床造影儀器中。濾波反投影法的缺點在於對假影 (artifact) 以及雜訊 (noise) 的處理較差。由於近年來資訊科技的快速發展，快速運算的電腦也相繼被開發，因此使用maximum likelihood-expectation maximization (MLEM) (疊代演算法) [1]來重建影像的研究也陸續提出。本研究即使用疊代演算法與傳統臨床用的濾波反投影法作一比較。

材料與方法

PET的影像是利用正負電子所產生的互毀輻射 (兩股0.511 MeV加馬射線，角度為 180 ± 0.25 度) 由相對之成

對偵測器(detector pair) 偵測其訊號,利用影像重建的方式重建影像[2]。台北榮民總醫院的PET是瑞典Scanditronix公司所製造之PC-4096-15WB Whole Body PET Scanner [3], 它是由8個偵測環所組成, 每一個偵測環上共有32個偵測模組, 每個偵測模組又由四支光電倍增管及16塊BGO晶體所組成, 因此每個偵測環共有512個BGO晶體, 8個偵測環共有4096個BGO晶體。其使用照野 (useful field of view) 為55公分, 8個偵測環可掃描9.75公分(axial direction)。射源方面, 我們使用核能研究所提供之銻-68/鎵-68 ($^{68}\text{Ge}/^{68}\text{Ga}$) 發生器 [4] 所產生之銻-68, 其半衰期為68分鐘, 能量為1.2 MeV。為了瞭解PC-4096 PET 偵測訊號的方式及特性, 本研究設計以下實驗, 以期達到影像重建之目的。

1. 以線射源 (直徑0.1 cm, 長15 cm) 固定一個位置上, 造影20分鐘取得sinogram 的原始資料, 以期分析出對偵測器對訊號記錄的相關性。線射源的sinogram 原始資料可得角度與投影位置的關係, 並計算各成對偵測器的相對位置。
2. 增加線射源 (以毛細管內加銻-68) 至六條, 各自距離5公分, 並以水平及17度 (目的在測試不同角度之偵測機率) 各自掃描30分鐘, 分別以FBP及ML-EM重建影像並比較其結果。
3. 線射源增加至19條, 每條距離1公分, 以假體定位並以水平及51度各自掃描30分鐘, 藉此測試台北榮總PC-4096 PET之解析力, 並比較兩種影像重建法之差異性。
4. 利用間隔為13公分之兩條線射源 (放射活度比約為1:1) 先各別掃描10分鐘, 再共同掃描10分鐘, 計算其相互間計數之干擾程度 (cross talk)。
5. 變更兩條線射源之放射活度比為3:2, 先分別掃描10分鐘, 再共同掃描10分鐘。交換線射源位置後, 重復上述實驗步驟。
6. 使用均勻水假體, 注滿內含1 mCi 銻-67之水液, 掃描10分鐘。

疊代演算法:

1. 先求期望值 (E-step)

因放射性衰減屬於Poisson機率分佈 ($P = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$, $k=0,1,2,\dots,\infty$), 因此我們先求出空間中任一點被偵測之期望值Q

$$Q = E\{L_{complete}(\lambda | n^*, \lambda^{*old})\}$$

$$Q = \sum_{d=1}^D \sum_{b=1}^B \{n^*(d) \frac{p(b,d)\lambda^{old}(b)}{\lambda^{*old}(d)} \ln[p(b,d)\lambda(b)] - p(b,d)\lambda(b)\} + constant$$

其中 $\lambda^{*old}(d) = \sum_{b=1}^B p(b,d)\lambda^{old}(b)$

$L_{complete}(\lambda | n^*, \lambda^{*old})$ 為在完整空間中之log-likelihood function, $\lambda^{old}(b)$ 為前次估算自像素b放射出的光子對數, $\lambda^{*old}(d)$ 為前次估算前偵測管d所量到的光子對數, $P(b,d)$ 為一光子對自像素b放射出且被偵測管d偵測到的機率。

2. 由所求之期望值計算其最大值 (M-step)

$$\frac{\partial Q}{\partial \lambda(b)} = 0, b = 1, 2, \dots, B.$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \lambda(b)} = \sum_{d=1}^D \{n^*(d) \frac{p(b,d)\lambda^{old}(b)}{\lambda^{*old}(d)} \frac{1}{\lambda(b)} - p(b,d)\} = 0$$

$$\lambda^{new}(b) = \lambda^{old}(b) \sum_{d=1}^D n^*(d) \frac{p(b,d)}{\lambda^{*old}(d)}$$

$n^*(d)$ 為偵測管d所偵測到的光子對數, $\lambda^{new}(b)$ 為後次估算自像素b放射出的光子對數。

3. 找出最大可能值 (Maximum likelihood)

$$L_{incomplete}(\lambda, \cdot) = \sum_{d=1}^D \{ \sum_{b=1}^B n^*(d) \ln[\lambda'(d)] - \lambda'(d) \} + constant$$

至於估算random coincidence 的log-likelihood function 定義如下:

$$L_{incomplete}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \sum_{d=1}^D \{ \sum_{j=1}^3 \{ n_j^*(d) \ln[\lambda_j'(d)] - \lambda_j'(d) \} + n_3^*(d) \ln[\lambda_3^*(d)] - \lambda_3^*(d) \} + constant$$

- $n_i(b,d)$ i.n.i.d Poisson($c, p(b,d)\lambda_i(b)$), $i=1,2$
- $n_3(b,d)$ i.n.i.d Poisson($c_3 p(b,d)(\lambda_3(b) + \lambda_{rc}(b))$)
- $n_i(b,d)$, $i=1,2,3$, are mutually stochastically independent.

其中 λ_1, λ_2 為兩條線射源各自在空間中某一點b之強度, λ_3 為兩條線射源同時存在時, 空間中某一點b之強

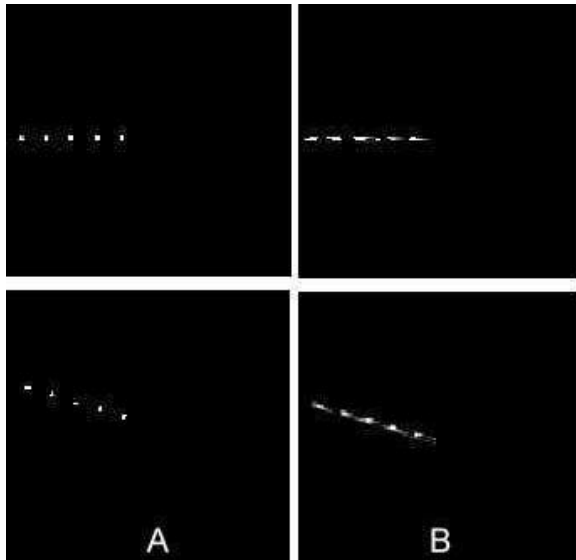


Figure 1. Image of 6 line sources reconstructed (A) with ML-EM algorithms and (B) with FBP reconstruction.

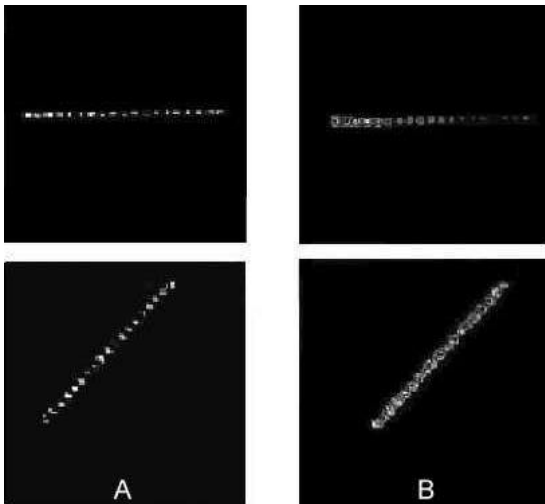


Figure 2. Image of 19 line sources reconstructed (A) with ML-EM algorithms and (B) with FBP reconstruction.

度， λ_{RC} 為產生 random coincidence event 在空間中像素 b 之強度。

結果

線射源增加至6條，並且由水平及17度的資料，推算出每個位置的偵測機率函數並套入疊代演算法 [5]，得到6個點在某一剖面上的重建影像，6個點皆可清楚的分辨出來 (Figure 1A)。比較以濾波反投影法重建的結果，顯示以濾波反投影法重建的影像較模糊，有較多星條狀假影及雜訊 (Figure 1B)。比較水平及17度的資料，顯示角度的改變並不會影響的偵測結果。

Figure 2為線射源增加至19條的結果，可以驗證PC-4096 PET的解析度可達1 cm以下。對於較密集的射源，疊代法的影像重建結果仍可以非常清楚的算出19個點射源的位置 (Figure 2A)。濾波反投影法的結果雖然同樣可算出19個點射源，但是點與點之間有失焦現象(blur) (Figure 2B)。改變角度並不影響偵測結果以及濾波反投影法與疊代演算法重建影像間之差異。

假設單一射源僅有 true coincidence 產生，而兩條線射源則會產生 random coincidence。經計算實驗結果，發現經過10次疊代 (iteration) [6,7]計算之後，random coincidence event 發生的區域為均勻分佈在整個照野中 (Figure 3)。吾人亦可由疊代演算法中區隔出 random coincidence event 的分佈以及 true coincidence event 的部分，如 Figure 4 所示，但是其方式僅適用於兩條線射源的估算。

對於 random coincidence 的發生率，由原始資料利用下式計算：

$$R_{AC} = 2\tau R_S^2$$

其中 R_{AC} 為 random coincidence count rate， τ 為 coincidence resolving time， R_S 為 singles count rate (假設每個偵測器之偵測效率相同)；線射源 random coincidence count / true coincidence count 之比值約為 0.13%~0.19%。由測量得知 BGO 晶體偵測面寬度為 0.3 公分，長度為 1.2 公分，其空間幾何效率為 $g = 0.3 \times 1.2 / (4 \times 3.14 \times 27.5 \times 27.5)$ 。因此計算其理論偵測值：

$$R_S = \sum 2 * E * \epsilon * g * \exp(-\mu D / 2)$$

$$R_T = \sum E * \epsilon^2 * g * \exp(-\mu D)$$

$$R_{AC} = 2 * \tau * R_S^2$$

其中 R_T 為 true coincidence count rate， g 為 PET scanner 幾何偵測效率， E 為射源之活性， ϵ 為 BGO 晶體之偵

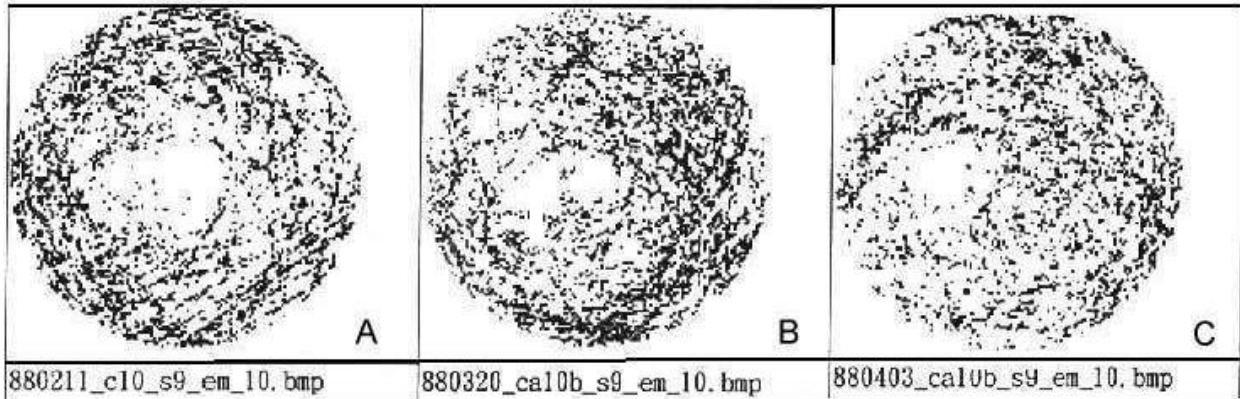


Figure 3. Random coincidence distribution in different activities; (A) activity ratio 1:1; (B) activity ratio 3:2; (C) activity ratio 3:1.

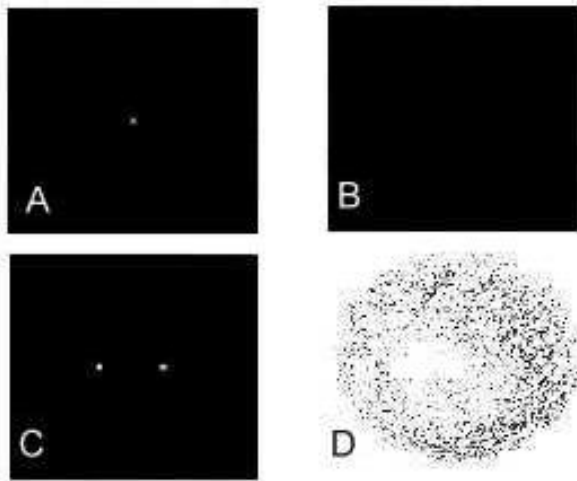


Figure 4. ML-EM reconstruction for line source images. (A) (B) Single source reconstruction image; (C) two line sources reconstruction image; (D) random coincidence event image.

測效率約為95%， μ 為物體之線性衰減係數，D 為物體之厚度。其 random coincidence count / true coincidence count 之比值約為0.08%~0.27%。對於均勻射源的計算結果，以公式計算其 random coincidence count / true coincidence count 之比值約為41.8%~49.1%，而以幾何方式計算的結果，約為45%~49% (1~1.5 mCi)。不論是線射源或者是均勻射源，以公式所計算的結果與理論值計算出來

的結果十分接近，可驗證random coincidence event rate公式是正確無誤的。

結論

使用疊代法重建PET 影像，結果比使用濾波反投影法佳。本結果僅適用於點射源，對於均勻或是非均勻的物體是否適用能仍需評估。PC-4096 PET為舊型的機器，對於random coincidence event無法以硬體的方式來估算所佔之比例，因此對於random coincidence event的估算仍須由設計實驗來推算。PET的影像是一種計數的統計量，因此利用統計的方式來重建影像是較為準確的，尤其是在影像定量的研究，更能提供精準的數據，當然對於一些物理現象的誤差如random coincidence以及散射事件等，其發生機率仍須後續的實驗來找出射源間距離所造成相互干擾的比例關係，進而推算出整個照野各個位置的干擾機率，期望藉此機率的分布作為影像重建時之修正來改善PET的影像品質。

誌謝

本研究係由行政院原子能委員會八十八年度專題研究計劃N3G13提供經費。

參考文獻

1. Shepp LA, Vardi Y. Maximum likelihood reconstruction for emission tomography. IEEE Trans Med Imaging

- 1982;1:113-122.
2. Spinks TJ, Jones T, Gilardi MC, Heather JD. Physical performance of the latest generation of commercial positron scanner. *IEEE Trans Nucl Sci* 1988;35:721-725.
 3. Scanditronix PC-4096-15WB whole body PET scanner service menu.
 4. Saha GB. *Fundamentals of Nuclear Pharmacy* 1998:76-77.
 5. Lange K, Carson R. EM reconstruction algorithms for emission and transmission tomography. *J Comput Assist Tomogr* 1984;8:306-316.
 6. Lu HH, Chen CM, Yang IH. Cross-reference weighted least square estimates for positron emission tomography. *IEEE Trans Med Imagng* 1998;17:1-8.
 7. Lu HH-S, Tseng W-J. On accelerated cross-reference maximum likelihood estimates for positron emission tomography. *IEEE Nuclear Science Symposium* 1997;2:1484-1488.

Iterative Image Reconstruction with Random Correction for PET Studies

Kao-Yin Tu^{1,4}, Tai-Been Chen², Henry Horng-Shing Lu²,
Ren-Shyan Liu³, Kuo-Liang Chou³, Jyh-Cheng Chen¹

¹*Institute of Radiological Sciences, National Yang-Ming University, Taipei, Taiwan, R.O.C.*

²*Institute of Statistics, National Chiao Tung University, Hsinchu, Taiwan, R.O.C.*

³*National PET/ Cyclotron Center, Taipei Veterans General Hospital, Taipei, Taiwan, R.O.C.*

⁴*Department of Nuclear Medicine, Mackay Memorial Hospital, Taipei, Taiwan, R.O.C.*

Background: Filtered back projection (FBP) used in PET led to severe artifacts. These artifacts can be overcome with iterative reconstruction algorithms. Recently the computational effects required for routine iterative reconstruction of PET studies have been reduced to make it practically appealing. We did experimental and methodological studies to improve image quality by fast iterative reconstruction techniques developed in our previous studies.

Methods: We have made an implementation of the improved Maximum Likelihood-Expectation Maximization (ML-EM) reconstruction algorithms. The transition matrix is generated based on the geometry of physical instrument. Careful designs of line sources are performed in order to find out the spatial resolution limits as well as the correction of random coincidences. The improvement of resolution limits of line sources by the ML-EM method over the FBP method is investigated thoroughly by different experimental designs. A phantom with six line sources and with nineteen line sources, respectively, was used to test the accelerated ML-EM algorithms against FBP method. The single rays were used to calculate the random coincidence ratio ($R_{ac} = 2 \tau R_1 R_2$) and compared to the experimental result.

Results: The streak artifacts near those line sources are completely eliminated with the ML-EM method. We also design experiments using two line sources to find out the rate of random coincidence events. A new model is proposed for this kind of experiments. With decay correction, the random coincidence events were uniformly distributed in the whole field after 10 iterations and thus an important factor that causes error in quantification. Based on the calculation from singles data, the random event ratio was 41.8% to 49.1% in each ring. These results are close to the ratios obtained from geometric calculation.

Conclusion: ML-EM reconstruction images are superior to those obtained with FBP. The patterns of random coincidence events provide insightful information for random coincidence event correction, which the hardware correction by the delay window can not provide. This information is particularly valuable when the delay window correction is not available as in the case of Taipei Veterans General Hospital PET system.

Key words: random coincidence, true coincidence, ML-EM algorithms.

Ann Nucl Med Sci 1999;12:195-200

Received 9/15/1999; revised 11/3/1999; accepted 11/18/1999.

For correspondence or reprints contact: Jyh-Cheng Chen, Ph.D., Institute of Radiological Sciences, National Yang-Ming University, 155 Li-Nong Street, Section 2, Pei-Tou, Taipei, Taiwan 112, R.O.C., Tel: (886)2-28267282, Fax: (886)2-28201095, E-mail: jcchen@ym.edu.tw